《自动控制理论》期终试卷

一、　系统结构图如下图(1)所示，求 $C(s)/R(s)$ 。　(14 分)

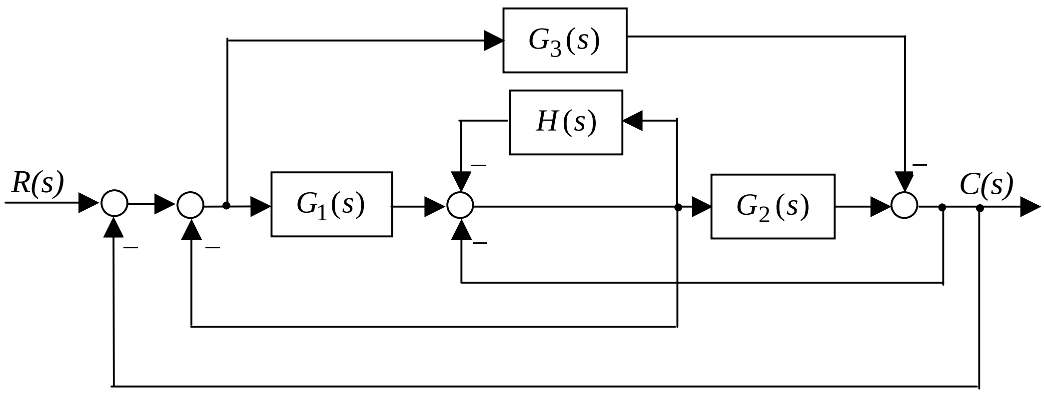


图 (1)

二、系统方框图如图(2)所示，要求超调量 $\sigma\%=16.3\%$ ，峰值时间 $t_p=1$ 秒，求放大器放大倍数 K 和反馈校正微分时间常数 τ 。　(10 分)

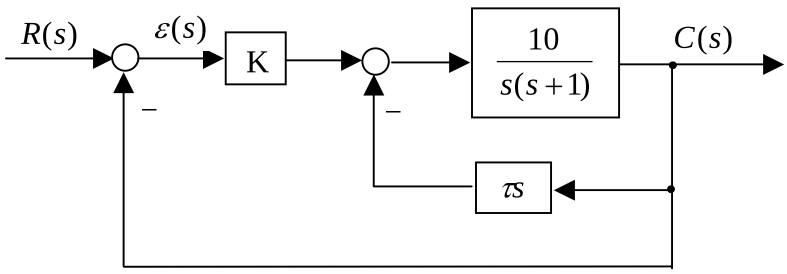


图 (2)

三、某系统的状态方程为　(12 分)

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & K_1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\\ -1 & -2 & -3 & -1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}u$$

(1) 判断 $K_1=3$ 时该系统是否稳定；

(2) 求使该系统稳定的 K_1 的取值范围。

四、设复合控制系统结构图如图(4)所示，要求：　(12 分)

（1）计算当 $n(t)=t$ 时，系统的稳态误差；

（2）设计 K_c ，使系统在 $r(t)=t$ 作用下无稳态误差。

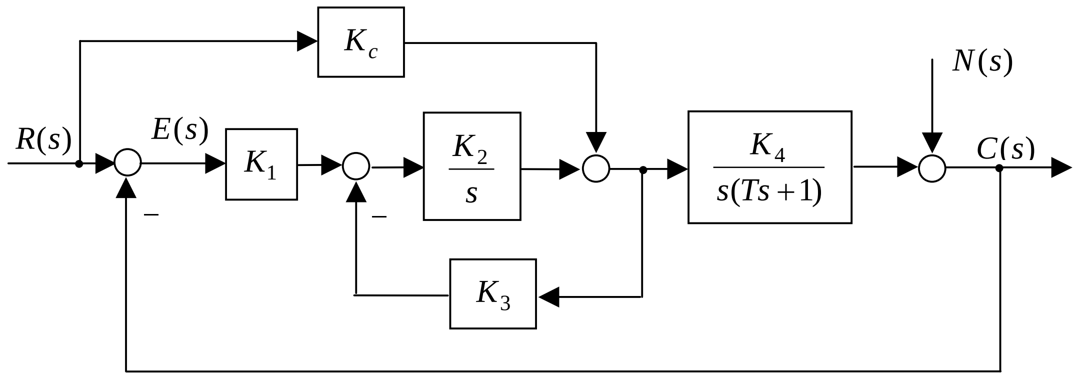


图 (4)

五、已知线性离散时间系统 (12 分)

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k)$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2a & 0 \end{bmatrix},\quad a>0;\quad H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

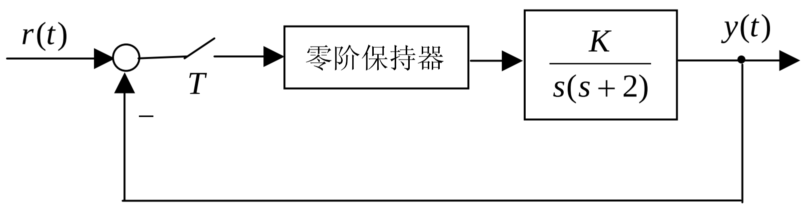
试用 Lyapunov 法确定使平衡点 $x_e = 0$ 处渐近稳定时 a 的范围。

六、一采样控制系统如图所示。采样周期为 $T = 1$ 秒。 (14 分)

(1) 当 $K = 8$ 时，判断该系统是否稳定；

(2) 求使该系统稳定的 K 的取值范围；

(3) 当 $K = 2$ 时，求该系统在 $r(t) = 1(t)$ 作用下的响应($t \le 5$ 秒)。



第 6 题图

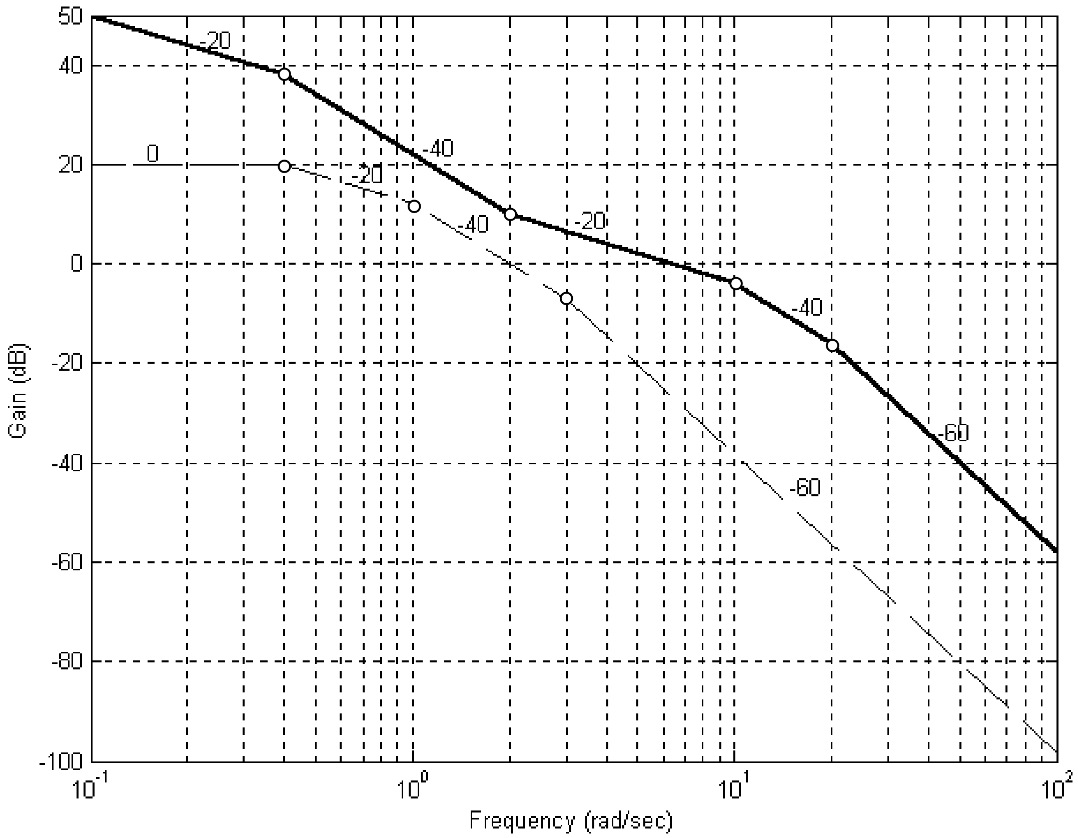
七、一单位负反馈最小相位系统的开环对数幅频特性如下图所示，其中虚线是未加校正的，实线是加串联校正后(图中小圆圈为折线的折点)。

(1) 画出串联校正环节的幅频特性(渐近线)；

(2) 求串联校正环节的传递函数；

(3) 求串联校正后，系统的截止频率和相角裕量。

(12 分)

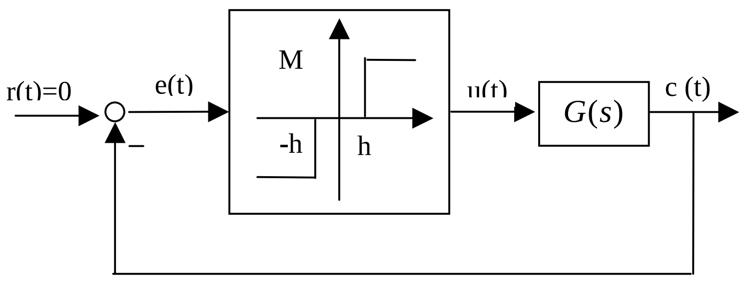


第 7 题图

八、有继电控制系统如图所示。线性部分的传递函数为 (14 分)

$$G(s)=\frac{3}{s(0.8s+1)(s+1)}$$

为使系统不产生自振，试用描述函数法确定继电特性参数 h、M 的值。



第 8 题图

(提示：继电特性描述函数为 $N(A)=\dfrac{4M}{\pi A}\sqrt{1-\left(\dfrac{h}{A}\right)^2}$ ， $A\geq h$ ）

《自动控制理论》期终试卷 解答

一、 用梅逊公式求解。

2 条前向通道：$p_1 = G_1G_2$， $p_2 = -G_3$

6 个回路：$l_1 = -H_1$， $l_2 = -G_2$， $l_3 = -G_1$， $l_4 = -G_1G_2$， $l_5 = -(-G_3)$， $l_6 = -(-(-G_3))$

其中 2 个回路不接触：l_1 和 l_5

所以，$\Delta = 1 - \{-H - G_2 - G_1 - G_1G_2 - (-G_3) - (-(-G_3))\} + (-H)(-(-G_3))$

$= 1 + H + G_2 + G_1 + G_1G_2 - G_3H$

$\Delta_1 = 1$（所有回路和前向通道 p_1 都接触）

$\Delta_2 = 1 - (-(H)) = 1 + H$（ p_2 和 l_1 不接触）

所以

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{p_1\Delta_1 + p_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2 - (1+H)G_3}{1 + H + G_2 + G_1 + G_1G_2 - G_3H}$$

二、由 $\sigma = e^{-\frac{\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}}} = 0.163$，$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\varsigma^2}} = 1$，可求得 $\varsigma = 0.5$，$\omega_n = 3.63$ 弧度/秒。

系统的开环传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = \frac{10K}{s(s + (1 + 10\tau))}$$

系统的闭环传递函数为

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10K}{s^2 + (1 + 10\tau)s + 10K}$$

故

$$10K = \omega_n^2 = 3.63^2$$

$$1 + 10K = 2\varsigma\omega_n = 2 \times 0.5 \times 3.63$$

由此得到

$$K = 1.32\text{，}\ \tau = 0.263\ \text{秒}$$

三、系统特征方程

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s & -K_1 & 0 & 0 \\ 0 & s & -1 & 0 \\ 0 & 0 & s & -2 \\ 1 & 2 & 3 & s+1 \end{vmatrix} = s\begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -2 \\ 2 & 3 & s+1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -K_1 & 0 & 0 \\ s & -1 & 0 \\ 0 & s & -2 \end{vmatrix}$$

$$= s^4 + s^3 + 6s^2 + 4s + 2K_1$$

Routh 表

s^4	1	6	$2K_1$
s^3	1	4	

$$\begin{array}{lll} s^2 & 2 & 2K_1 \\ s^1 & 4-K_1 & \\ s^0 & 2K_1 & \end{array}$$

可见，使系统稳定的K_1取值范围为

$$0 < K_1 < 4$$

显然，当$K_1 = 3$时系统稳定。

四、(略)

五、选$Q = I$，并代入离散系统的 Lyapunov 方程

$$G^T PG - P = -Q$$

即

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2a \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2a & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

解之得

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{2+4a^2}{1-4a^2} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{3}{1-4a^2} \end{bmatrix}$$

可见，要证明P正定，只需使

$$1-4a^2 > 0$$

加上$a > 0$，可得使系统渐近稳定的a范围为

$$0 < a < \frac{1}{2}$$

六、 $$G(s) = \frac{K(1-e^{-Ts})}{s^2(s+2)},$$

$$G(z) = Z\left[G(s)\right] = K(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+2)}\right]$$

$$= \frac{K(0.28z+0.15)}{z^2 - 1.14z + 0.14},$$

特征方程为

$$D(z) = 1 + G(z) = 0$$

即

$$z^2 + (0.28K - 1.14)z + 0.15K + 0.14 = 0$$

将$z = \dfrac{w+}{w-1}$代入，可得

$$0.43Kw^2 + (1.72 - 0.3K)w + (2.28 - 0.13K) = 0$$

对上述二阶系统，只要各项系数均大于零，即稳定。

$$\begin{cases} 0.43K > 0 \\ 1.72 - 0.3K > 0 \\ 2.28 - 0.13K > 0 \end{cases}$$

由此解得 $0 < K < 5.73$ 时系统稳定。
显然，$K = 8$ 时系统不稳定。

$$y(z) = \Phi(z)R(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)}R(z) = \frac{0.56z+0.3}{z^2-0.58z+0.44}\cdot\frac{z}{z-1}$$

$$= \frac{0.56z^{-1}+0.3z^{-2}}{1-1.58z^{-1}+1.02z^{-2}-0.44z^{-3}}$$

$$= 0.56z^{-1}+1.18z^{-2}+1.29z^{-3}+1.09z^{-4}+0.92z^{-5}+\Lambda$$

$$y^*(t) = 0.56\delta(t-T)+1.18\delta(t-2T)+1.29\delta(t-3T)+1.09\delta(t-4T)+0.92\delta(t-5T)+\Lambda$$

七、$G_c(s) = 3.16\dfrac{(s+1)(s/2+1)(s/3+1)}{s(s/10+1)(s/20+1)}$

八、描述函数 $N(A) = \dfrac{4M}{\pi A}\sqrt{1-\left(\dfrac{h}{A}\right)^2}$ ，$A \ge h$

$$-\frac{1}{N(A)} = \frac{-\pi A}{4M\sqrt{1-\left(\dfrac{h}{A}\right)^2}}$$

当 $A \to 0$ 时， $-\dfrac{1}{N(A)} \to \infty$ ； 当 $A \to \infty$ 时， $-\dfrac{1}{N(A)} \to -\infty$

所以必然存在极值。由

$$\frac{d\left[-\dfrac{1}{N(A)}\right]}{dA} = -\frac{\pi}{4M}\frac{A^3-2Ah^2}{(A^2-h^2)\sqrt{A^2-h^2}}, \quad A > h$$

令 $\dfrac{d\left[-\dfrac{1}{N(A)}\right]}{dA} = 0$，得 $A = \sqrt{2}h$，则 $-\dfrac{1}{N(A)}\Bigg|_{A=\sqrt{2}h} = -\dfrac{\pi h}{2M}$

再求 $G(j\omega) = \dfrac{3}{s(0.8s+1)(s+1)}\Bigg|_{s=j\omega}$ 与实轴的交点。

令 $\angle G(j\omega) = -\pi$

得 $-\dfrac{\pi}{2} - tg^{-1}(0.8\omega) - tg^{-1}(\omega) = -\pi$

可以求得 $1-0.8\omega^2 = 0$， $\omega = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=\frac{\sqrt{5}}{2}} = \left.\frac{1}{\omega\sqrt{(0.8\omega)^2+1}\sqrt{\omega^2+1}}\right|_{\omega=\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{4}{3}$$

即 $G(j\omega)$ 和实轴交点为才 $(-\frac{4}{3},\quad 0)$。$G(s)$ 没有在右半平面的极点，$P=0$。为使系统不产生自振荡，应使 $-\frac{1}{N(A)}$ 和 $G(j\omega)$ 两曲线无交点。所以有

$$-\frac{\pi h}{2M} < -\frac{4}{3}$$

也就是 $$h > \frac{8}{3\pi}M$$