命题：

一、 系统结构图如图(1)所示，求$C(s)/R(s)$。 (14分)

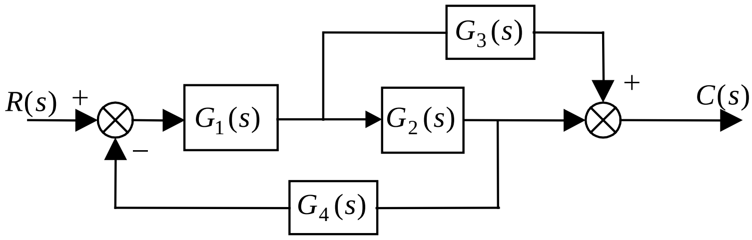

图 (1)

二、系统方框图如图(2)所示，要求超调量$\sigma\% = 16.3\%$，峰值时间$t_p = 1$秒，求放大器放大倍数K和反馈校正微分时间常数τ。 (14分)

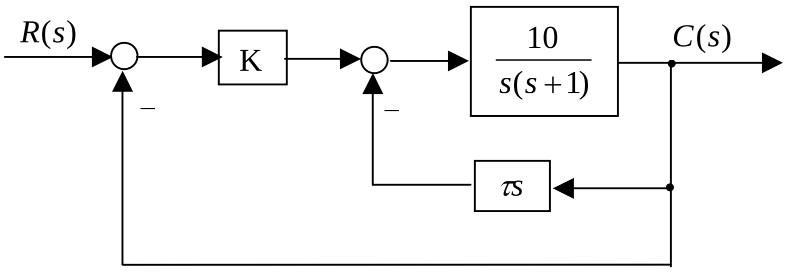

图 (2)

三、如图（3）所示系统，采用微分补偿复合控制。 （14 分）

当输入 $r(t)=t$ 时，要求系统稳态误差的终值为 0，试确定参数 τ_d 的值。

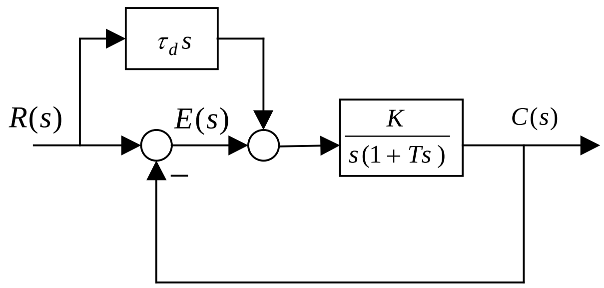

图 (3)

四、已知线性离散时间系统 (14 分)

$$x(k+1)=Gx(k)+Hu(k)$$

其中

$$G=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 2a & 0\end{bmatrix}，\quad a>0；\quad H=\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}；$$

试用 Lyapunov 法确定使平衡点 $x_e=0$ 处渐近稳定时 a 的范围。

五、一采样控制系统如图 4 所示。采样周期为 $T=1$ 秒。 (14 分)

(1) 当 $K=8$ 时，判断该系统是否稳定；

(2) 求使该系统稳定的 K 的取值范围；

(3) 当 $K=2$ 时，求该系统在 $r(t)=1(t)$ 作用下的响应($t\le 5$ 秒)。

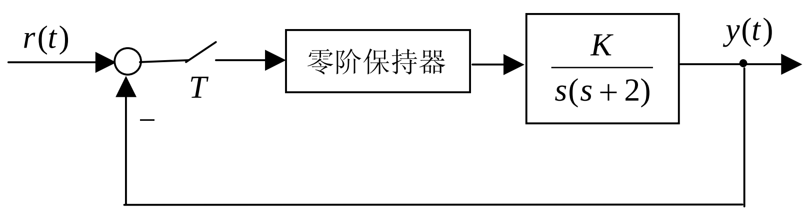

图 4

六、一单位负反馈最小相位系统的开环对数幅频特性如图 5 所示，其中虚线是未加校正的，实线是加串联校正后(图中小圆圈为折线的折点)。

(1) 画出串联校正环节的幅频特性(渐近线)；

(2) 求串联校正环节的传递函数；

(3) 求串联校正后，系统的截止频率和相角裕量。

(15 分)

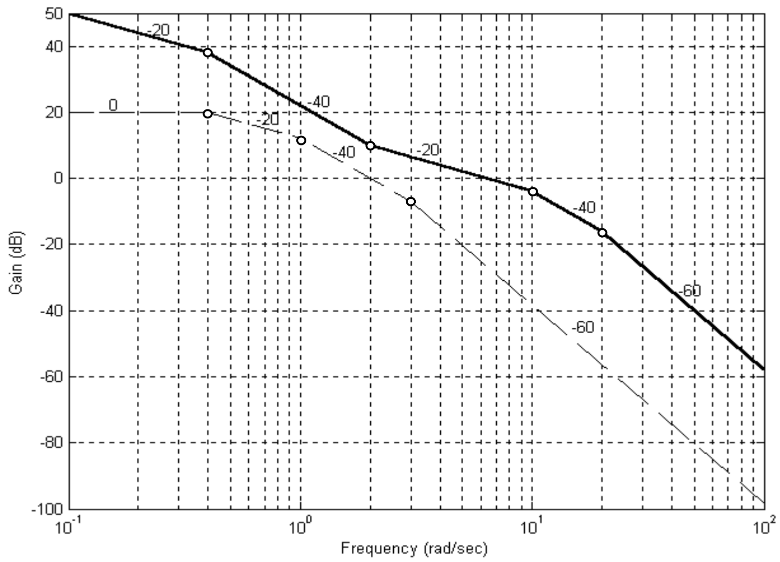

图 5

七、有继电控制系统如图 6 所示。线性部分的传递函数为 (15 分)

$$G(s)=\frac{3}{s(0.8s+1)(s+1)}$$

为使系统不产生自振，试用描述函数法确定继电特性参数 h、M 的值。

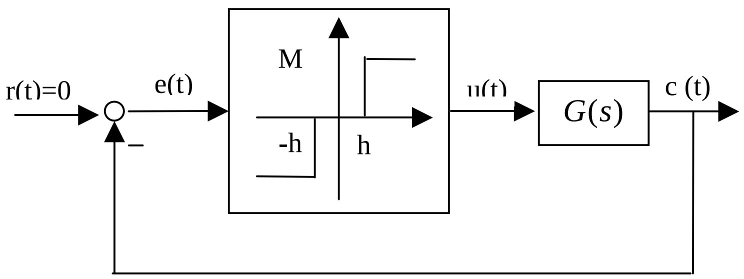

图 6

(提示：继电特性描述函数为 $N(A)=\dfrac{4M}{\pi A}\sqrt{1-\left(\dfrac{h}{A}\right)^2}$ ， $A\geq h$)

《自动控制原理》期终试卷 解答

一、 $$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2}{1+G_1G_2G_4}(1+\frac{G_3}{G_2})=\frac{G_1(G_2+G_3)}{1+G_1G_2G_4}$$

二、由$\sigma=e^{-\frac{\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}}}=0.163$，$t_p=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\varsigma^2}}=1$，可求得$\varsigma=0.5$，$\omega_n=3.63$弧度/秒。

系统的开环传递函数$G(s)$为

$$G(s)=\frac{10K}{s(s+(1+10\tau))}$$

系统的闭环传递函数为

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{10K}{s^2+(1+10\tau)s+10K}$$

故

$$10K=\omega_n^2=3.63^2$$

$$1+10K=2\varsigma\omega_n=2\times0.5\times3.63$$

由此得到

$$K=1.32\text{，}\quad\tau=0.263\text{秒}$$

三、

$$C(s)=\frac{1-G_c(s)G_0(s)}{1+G_0(s)}R(s)=\frac{s(1+Ts)-K\tau_d s}{s(1+Ts)+K}\frac{1}{s^2}$$

$$e_{ss}(\infty)=\lim_{s\to0}sE(s)=\lim_{s\to0}s\frac{s(1+Ts)-K\tau_d s}{s(1+Ts)+K}\frac{1}{s^2}=\lim_{s\to0}\frac{(1+Ts)-K\tau_d}{s(1+Ts)+K}=\frac{1}{K}-\tau_d$$

当$\tau_d=\dfrac{1}{K}$时，系统稳态误差的终值为 0。

五、选$Q=I$，并代入离散系统的 Lyapunov 方程

$$G^TPG-P=-Q$$

即

$$\begin{bmatrix}0&0&0\\1&0&2a\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{11}&p_{12}&p_{13}\\p_{12}&p_{22}&p_{23}\\p_{13}&p_{23}&p_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&2a&0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}p_{11}&p_{12}&p_{13}\\p_{12}&p_{22}&p_{23}\\p_{13}&p_{23}&p_{33}\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

解之得

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{2+4a^2}{1-4a^2} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{3}{1-4a^2} \end{bmatrix}$$

可见，要证明P正定，只需使：$1-4a^2>0$

加上$a>0$，可得使系统渐近稳定的a范围为：$0<a<\dfrac{1}{2}$

六、 $G(s)=\dfrac{K(1-e^{-Ts})}{s^2(s+2)}$，

$$G(z)=Z[G(s)]=K(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+2)}\right]=\frac{K(0.28z+0.15)}{z^2-1.14z+0.14},$$

特征方程为

$$D(z)=1+G(z)=0$$

即

$$z^2+(0.28K-1.14)z+0.15K+0.14=0$$

将$z=\dfrac{w+}{w-1}$代入，可得

$$0.43Kw^2+(1.72-0.3K)w+(2.28-0.13K)=0$$

对上述二阶系统，只要各项系数均大于零，即稳定。

$$\begin{cases} 0.43K>0 \\ 1.72-0.3K>0 \\ 2.28-0.13K>0 \end{cases}$$

由此解得 $0<K<5.73$时系统稳定。

显然，$K=8$时系统不稳定。

$$y(z)=\Phi(z)R(z)=\frac{G(z)}{1+G(z)}R(z)=\frac{0.56z+0.3}{z^2-0.58z+0.44}\cdot\frac{z}{z-1}$$
$$=\frac{0.56z^{-1}+0.3z^{-2}}{1-1.58z^{-1}+1.02z^{-2}-0.44z^{-3}}$$
$$=0.56z^{-1}+1.18z^{-2}+1.29z^{-3}+1.09z^{-4}+0.92z^{-5}+\Lambda$$

$$y^*(t)=0.56\delta(t-T)+1.18\delta(t-2T)+1.29\delta(t-3T)+1.09\delta(t-4T)+0.92\delta(t-5T)+\Lambda$$

七、 $G_c(s)=3.16\dfrac{(s+1)(s/2+1)(s/3+1)}{s(s/10+1)(s/20+1)}$

八、描述函数 $$N(A)=\frac{4M}{\pi A}\sqrt{1-\left(\frac{h}{A}\right)^2}\ ,\qquad A\geq h$$

$$-\frac{1}{N(A)}=\frac{-\pi A}{4M\sqrt{1-\left(\frac{h}{A}\right)^2}}$$

当 $A\to 0$ 时，$-\frac{1}{N(A)}\to\infty$ ；　　当 $A\to\infty$ 时，$-\frac{1}{N(A)}\to-\infty$

所以必然存在极值。由

$$\frac{d}{dA}\left[-\frac{1}{N(A)}\right]=-\frac{\pi}{4M}\frac{A^3-2Ah^2}{(A^2-h^2)\sqrt{A^2-h^2}}\ ,\qquad A>h$$

令 $\frac{d}{dA}\left[-\frac{1}{N(A)}\right]=0$，得 $A=\sqrt{2}h$，则 $-\frac{1}{N(A)}\bigg|_{A=\sqrt{2}h}=-\frac{\pi h}{2M}$

再求 $G(j\omega)=\frac{3}{s(0.8s+1)(s+1)}\bigg|_{s=j\omega}$ 与实轴的交点。

令 $$\angle G(j\omega)=-\pi$$

得 $$-\frac{\pi}{2}-tg^{-1}(0.8\omega)-tg^{-1}(\omega)=-\pi$$

可以求得 $$1-0.8\omega^2=0\ ,\qquad \omega=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{1}{\omega\sqrt{(0.8\omega)^2+1}\sqrt{\omega^2+1}}\bigg|_{\omega=\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{4}{3}$$

即 $G(j\omega)$ 和实轴交点为才 $(-\frac{4}{3},\ \ 0)$。$G(s)$ 没有在右半平面的极点，$P=0$。为使系统不产生自振荡，应使 $-\frac{1}{N(A)}$ 和 $G(j\omega)$ 两曲线无交点。所以有

$$-\frac{\pi h}{2M}<-\frac{4}{3}$$

也就是 $$h>\frac{8}{3\pi}M$$